

Mastery Learning in het reken-wiskunde onderwijs: lessen uit Engeland

ResearchED, 29 maart 2025

Peter Langerak

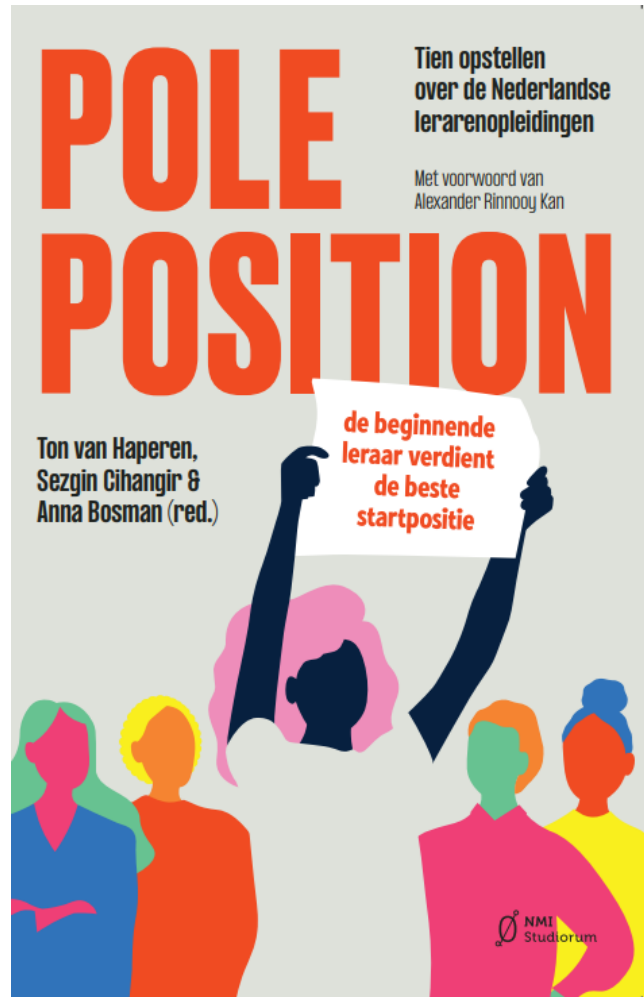


Nederlands
Mathematisch
Instituut





Monocultuur in het rekenonderwijs op de pabo's



Mastery learning als lonkend perspectief voor beter rekenonderwijs



Deel 1. Zo kan het niet langer



Monocultuur in het rekenonderwijs op de pabo's

Trend met te lage rekenresultaten

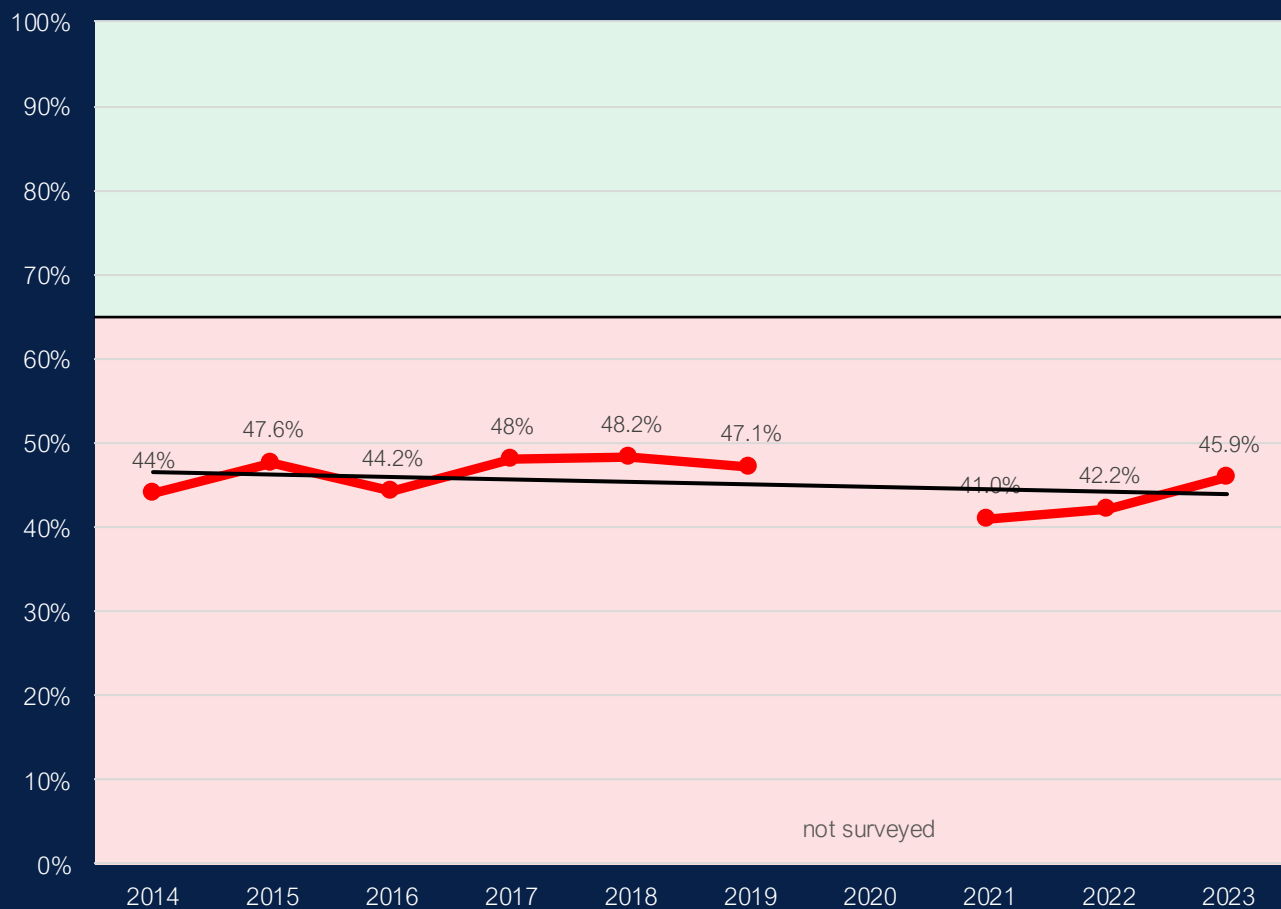
Monocultuur van Nederlands, realistisch rekenen

Uitgangspunten realistisch reken-wiskundeonderwijs

Empirisch -toetsend en vergelijkend- onderzoek ontbreekt

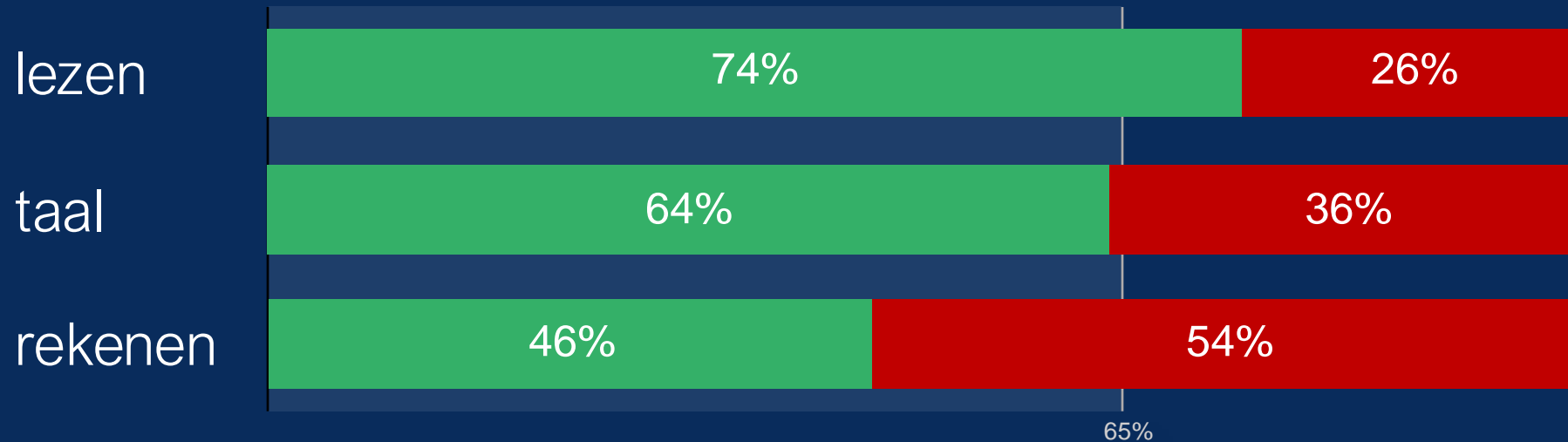
Nationale ambitie (>65% van de leerlingen 1S-niveau) is nooit behaald

Percentage IIn 1S-streefniveau behaald (Onderwijsinspectie, DUO-onderwijsdata)



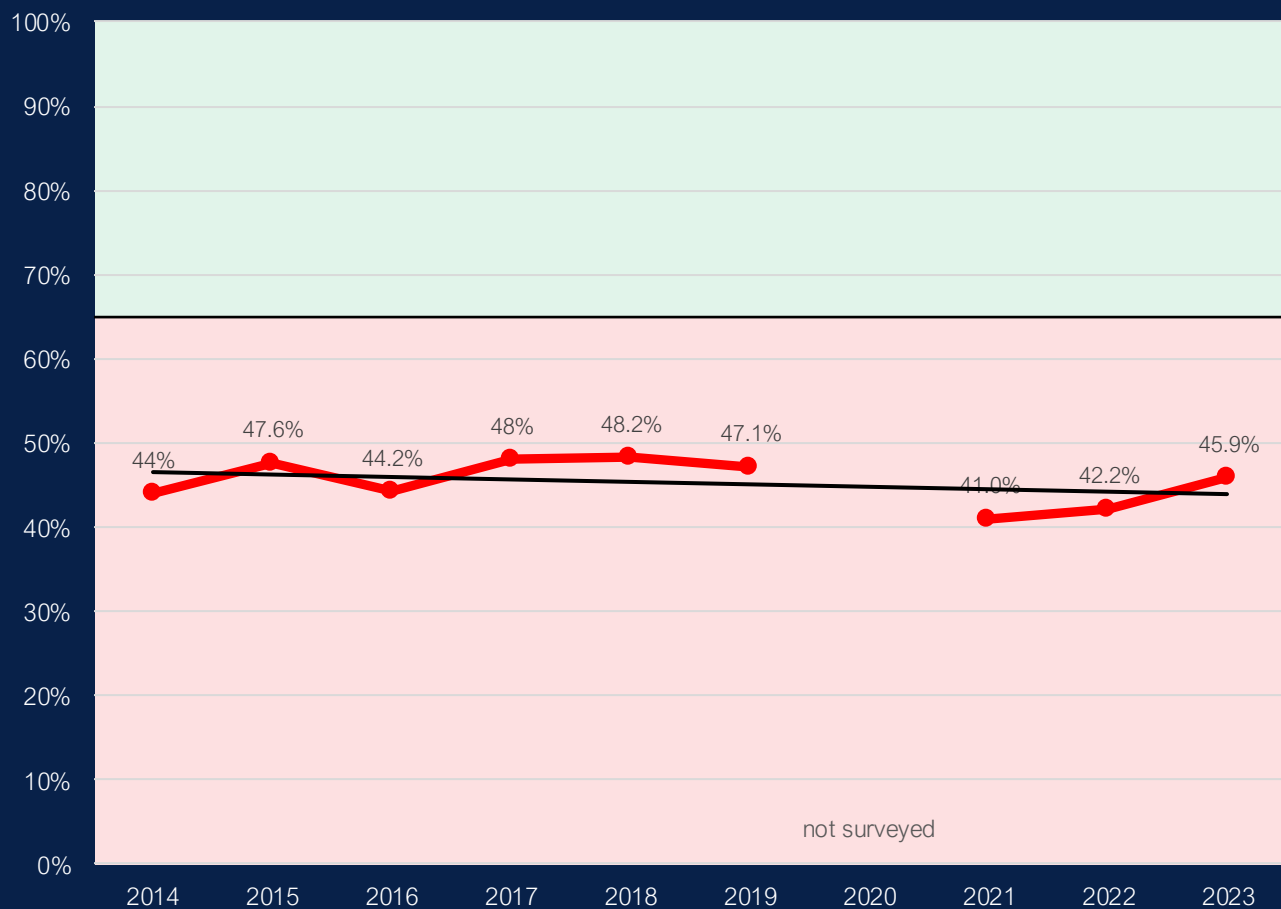
Veel basisschoolleerlingen hebben onvoldoende rekenvaardigheden, maar krijgen kansrijk advies

Percentage groep 8 leerlingen dat het 2F/1S niveau beheerst 22/23 (Staat van het Onderwijs, 2024)



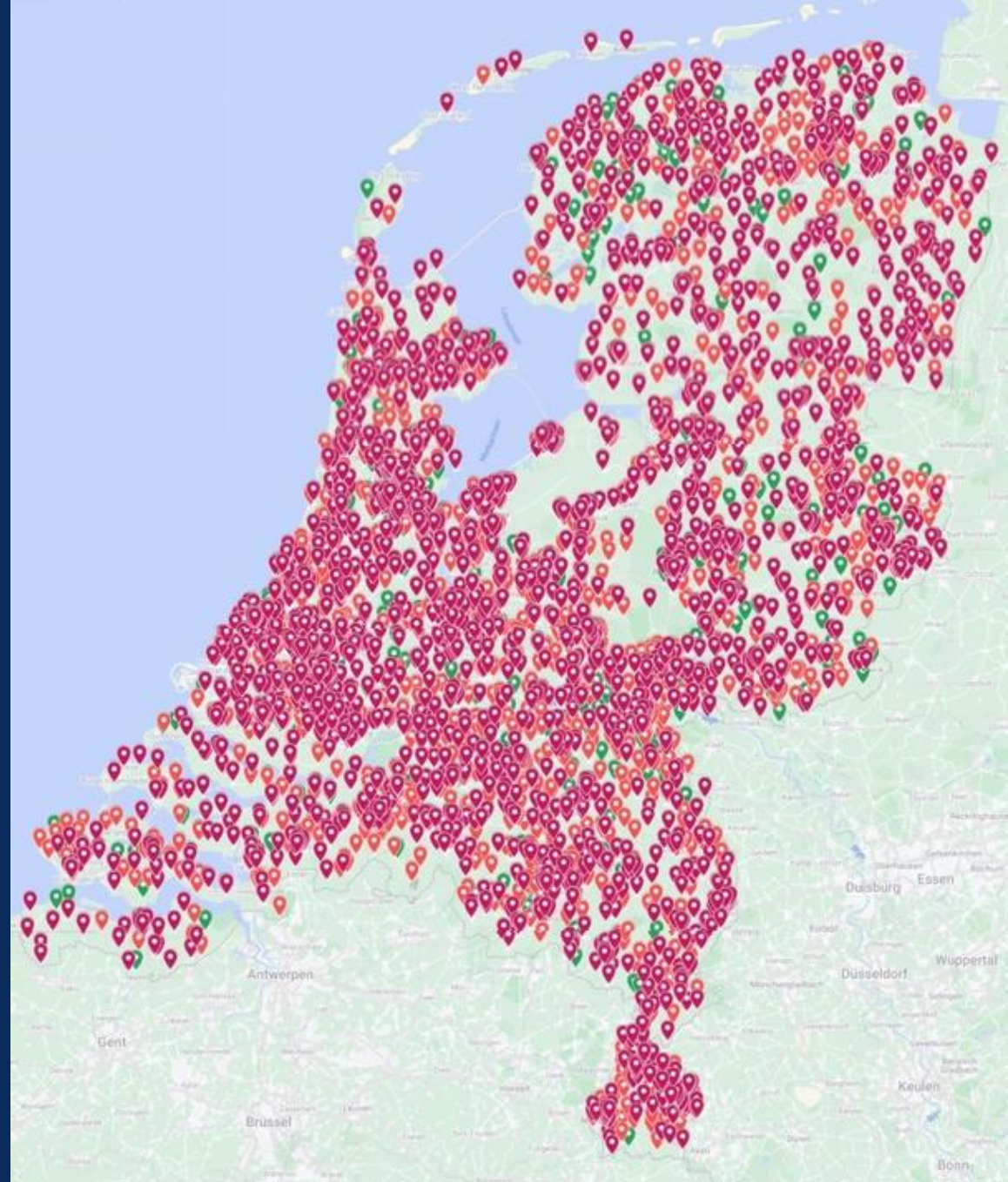
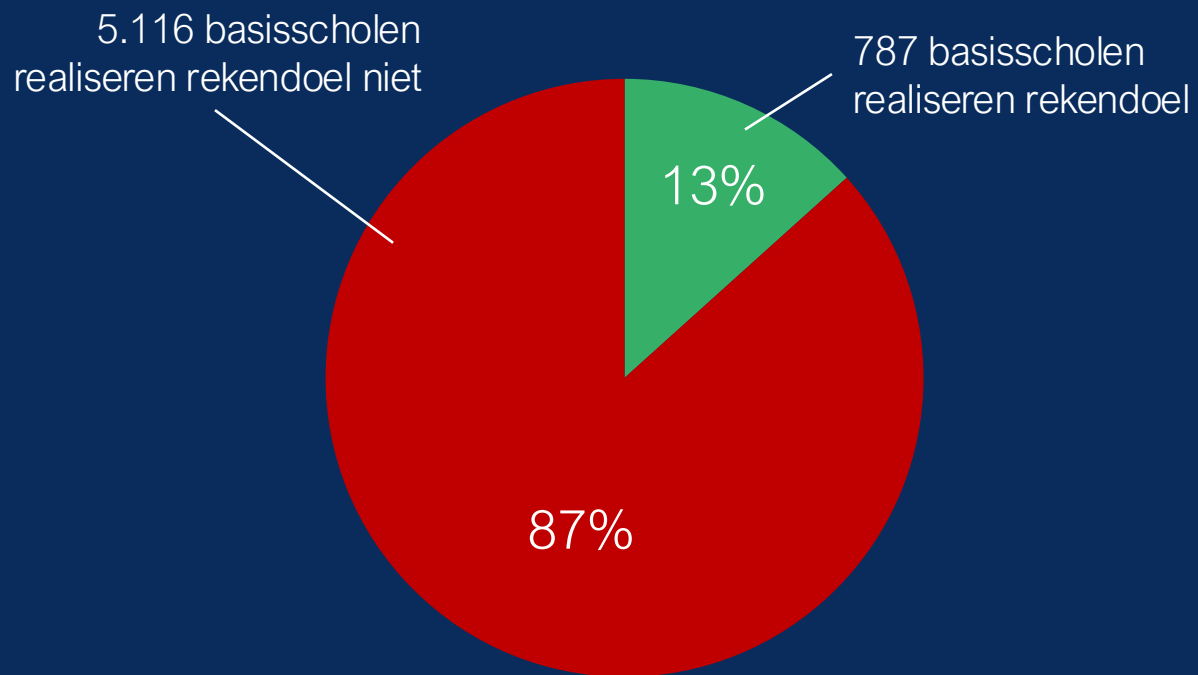
Nationale ambitie (>65% van de leerlingen 1S-niveau) is nooit behaald

Percentage IIn 1S-streefniveau behaald (Onderwijsinspectie, DUO-onderwijsdata)



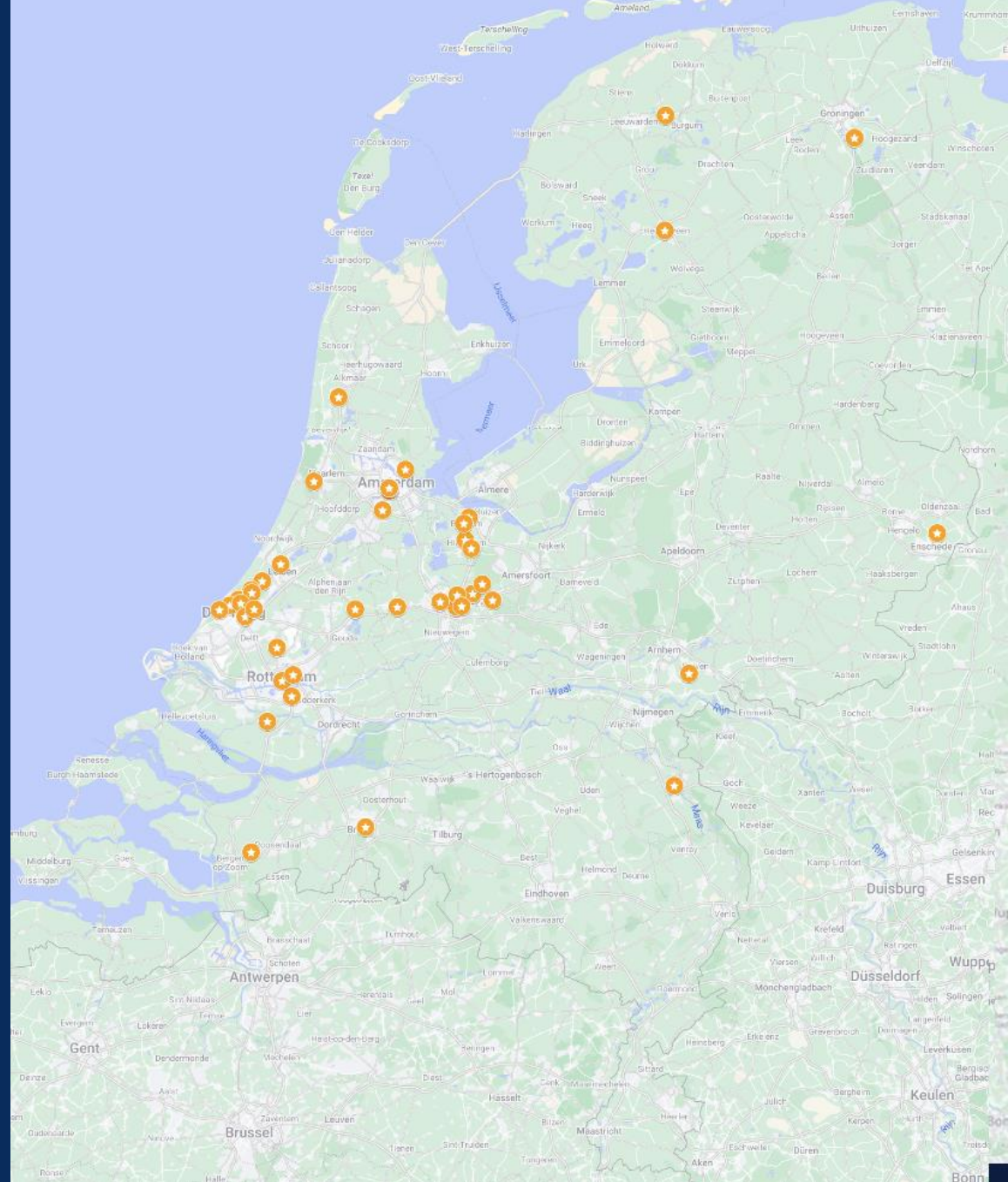
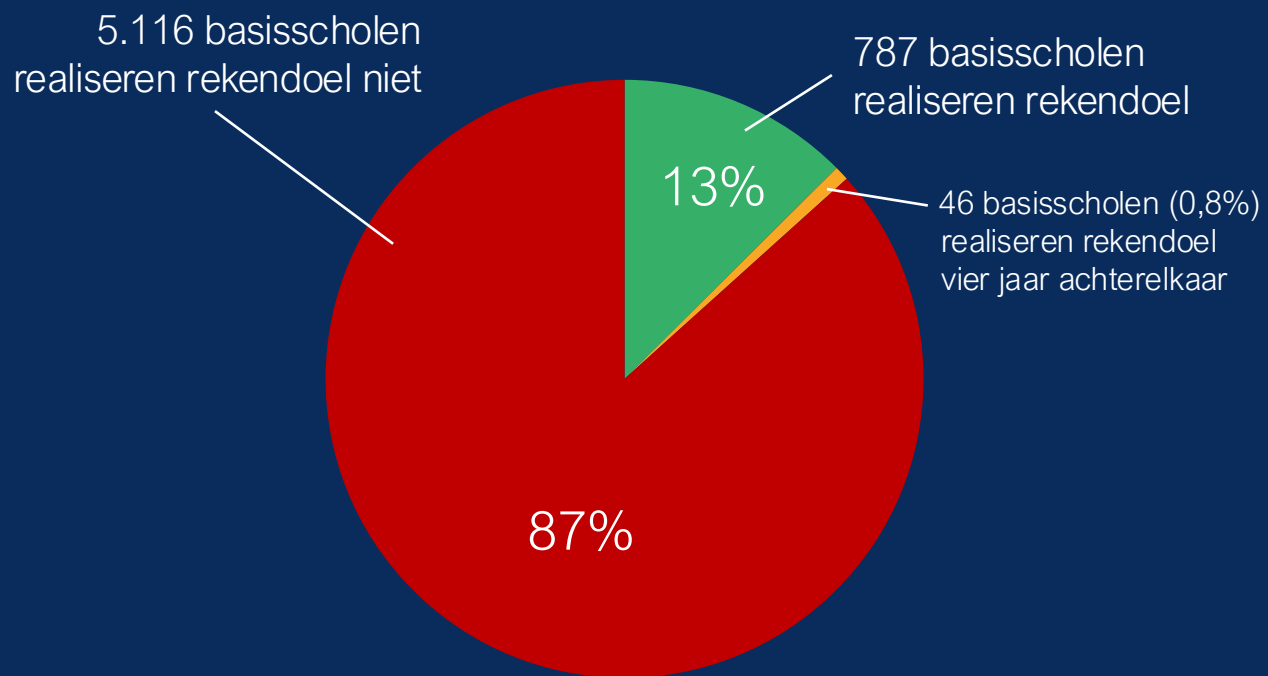
De meeste basisscholen halen rekendoel niet

Analyse rekenresultaten basisscholen (22/23 N=5.903 , 20-23 N=5.673)



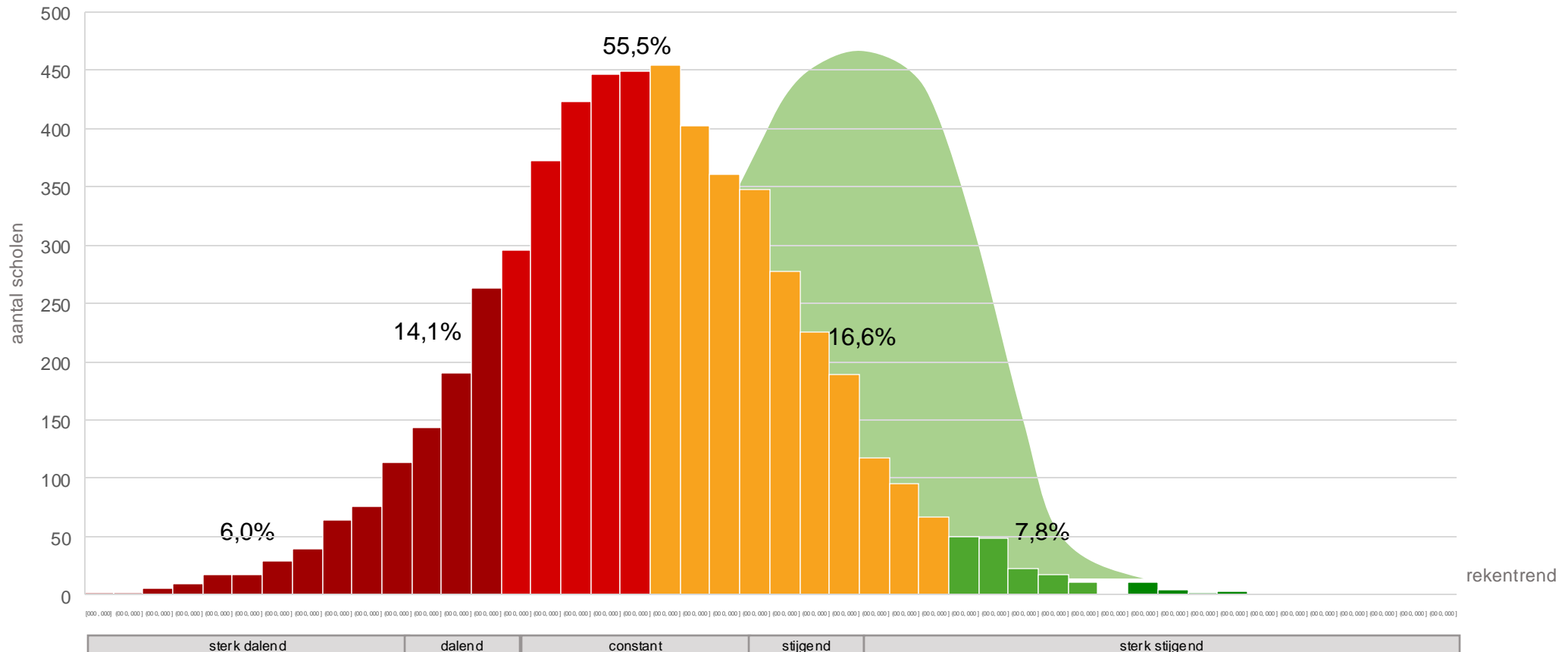
De meeste basisscholen halen rekendoel niet

Analyse rekenresultaten basisscholen (22/23 N=5.903 , 20-23 N=5.673)



Stagnatie in reken-wiskundeonderwijs, nog geen trendbreuk zichtbaar op basisscholen

Verdeling trendwaardes basisscholen (N=5.673 basisscholen)



Nederlands, realistisch reken-wiskundeonderwijs



Treffers, A. (1978). *Wiskobas doelgericht: een methode van doelbeschrijving van het wiskundeonderwijs volgens wiskobas*. Instituut voor Ontwikkeling van het Wiskunde Onderwijs.

Het beoogde curriculum op de pabo

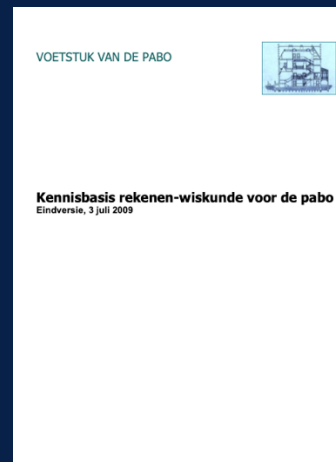
1995



Nationaal programma pabo

“Berust op de principes volgens het realistisch reken-wiskundeonderwijs”

2009



Kennisbasis pabo

“Vakdidactische noties van realistisch reken-wiskundeonderwijs”

2021



Kennisbasis pabo

“Gangbare vakdidactische noties”

1. Mathematiseren vanuit betekenisvolle realiteit

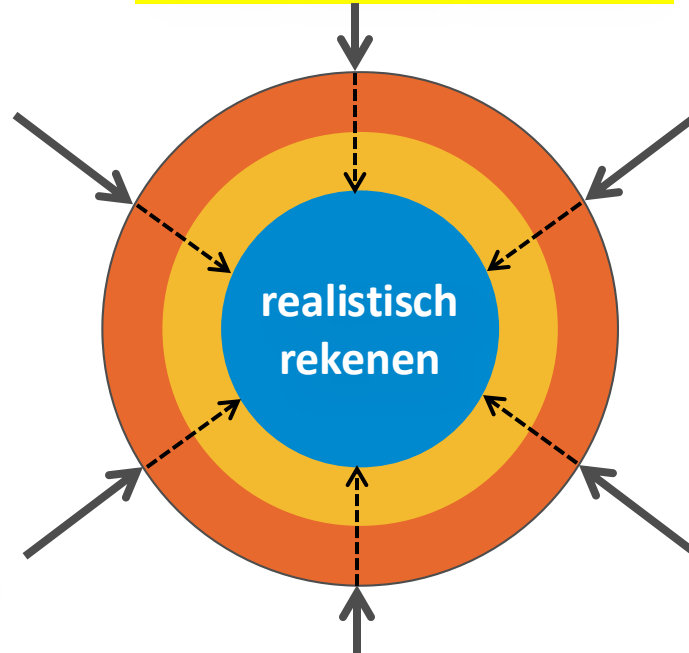
- *werkgeheugen beperkt*
- *basiskennis ontbreekt*
- *geen zinvolle rekenactiviteit*
- *verbinding kunstmatig*
- *te weinig structuur*
- *te veel context*
- *te talig (leesvaardigheid)*

6. Begeleid heruitvinden door leraar

- *onvoldoende professionaliteit leraren*
- *geen behoefte aan bijscholing*
- *leraren hebben verkeerde opvattingen*
- *leraren zijn te taakgericht*
- *leraren schieten tekort in conceptuele begrippen*
- *leraren integreren wiskundig denken onvoldoende*

2. Modelleren en formaliseren

- *reïficatie hindernis mentaal handelen*
- *tijdelijke modellen automatiseren*
- *formele wiskunde onderbelicht*



5. Verstrengeling van leerlijnen

- *weinig consolidatie*
- *zicht op ontwikkeling ontbreekt*
- *collage van probleemsituaties*
- *hiërarchie vakinhoud ontbreekt*
- *onvoldoende curriculum alignment*

3. Ruimte voor eigen inbreng van leerlingen

- *onjuiste procedures*
- *omslachtige procedures*
- *geen algemeen geldigheid*
- *geen fundament in wiskunde*
- *te veel vrijheid*
- *situationeel afhankelijk*
- *automatiseren van misvattingen*

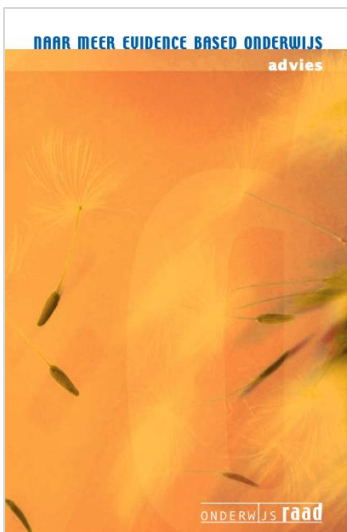
4. Interactie, reflectie en niveauverhoging

- *te langzaam naar formeel*
- *rol leraar te terughoudend*
- *gebrek aan expliciete procedures*
- *leidt tot verwarring*
- *ongeschikt jonge en zwakke rekenaars*
- *ontwikkelt strategiezwakke*
- *te talig (mondeling taalvaardigheid)*

Kritiek op -alleen- ontwikkelonderzoek, wordt in de literatuur genoemd maar niet uitgewerkt

Onder meer door de Onderwijsraad, KNAW en Warries

Vergelijkend effectonderzoek ontbreekt



Onderwijsraad (2006):

- nadruk ligt op **ontwikkelingsonderzoek** in tegenstelling tot effectonderzoek
- dit vloeit voort uit de opvatting over wiskunde-leren, die ervan uitgaat dat dit leren een **sterk persoonsgebonden karakter** heeft; elke leerling ontwikkelt als het ware zijn eigen wiskunde
- vanuit die opvatting is men **huiverig voor vergelijkend effectonderzoek**

Onderwijsraad. (2006). Naar meer evidence based onderwijs. Den Haag: Onderwijsraad.

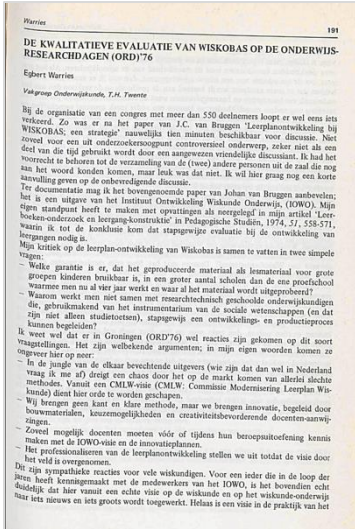


KNAW (2009):

- op het gebied van de effectiviteit van het rekenonderwijs is het **vergelijkend wetenschappelijk onderzoek smal**
- de ontwikkelingsexperimenten zijn gericht op de ontwikkeling van leergangen en **niet op vergelijkend onderzoek**
- Ministerie van OCW dient **maatregelen** te nemen om wetenschappelijk onderzoek op het gebied van het rekenonderwijs **in omvang en variatie te doen toenemen**

KNAW. (2009). Rekenonderwijs op de basisschool. Analyse en sleutels tot verbetering. Amsterdam: Koninklijke Academie voor Wetenschappen.

Kritiek niet nieuw



Warries (1976):

- Wiskobas-project is vernieuwing waar **elke leerling in Nederland** mee te maken krijgt zonder enige keuzemogelijkheid
- in onderwijs is **meer nodig dan een visie**
- er is geen excuus voor het ontbreken van **kwantificerende evaluatie** van zo'n gigantisch experiment
- **zonder empirische evaluatie** is algemeen bruikbaarheid van Wiskobas-onderwijsmateriaal **niet te accepteren**

Alleen ontwikkelonderzoek is te smal, meer variatie gewenst en noodzakelijk

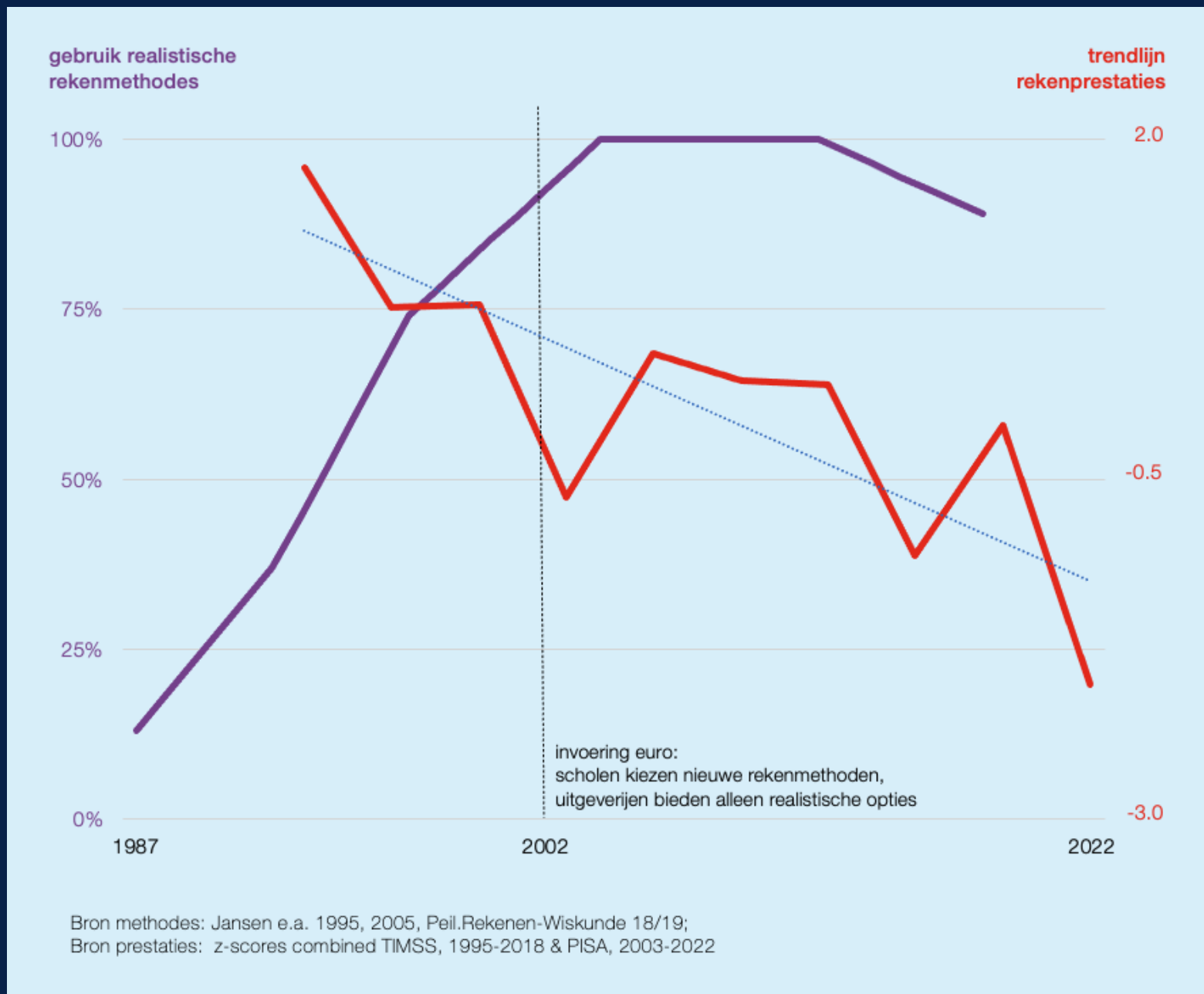
Twee trends

- Omarming realistische rekenen
- Daling rekenresultaten

Belangrijk: oorzaak-gevolg niet aantoonbaar (geen causaliteit)

Niet-realistische methodes van de markt gehaald

1. Denken en rekenen (Frankrijk)
2. Wiskunde voor de Basisschool (Duitsland)
3. Hoj! Rekenen! (Zweden)
4. Ontdek het zelf (Verenigde Staten)
5. Elementair Wiskundig Rekenen (Canada)
6. Reken Zeker (stich. Goed rekenonderwijs)
7. Rekenwonders (Singapore)



Deel 2. Lonkend perspectief



Mastery learning als lonkend perspectief voor beter rekenonderwijs

Curriculum met nadruk op kennis, beheersing en begrip

Wetenschappelijk onderzoek naar wat werkt

Organiseren van professionalisering

Coherentie en harmonie in onderwijsstelsel

Verschillend fundament leidt tot grote verschillen in uitwerking

Uitgangspunten Nederlands, realistisch reken-wiskundeonderwijs

1. Mathematiseren vanuit betekenisvolle realiteit
2. Modelleren en formaliseren
3. Ruimte voor eigen inbreng van leerlingen
4. Interactie, reflectie en niveauverhoging
5. Verstengeling van leerlijnen
6. Begeleid heruitvinden door leraar

Basisprincipes Mastery Learning

1. Zorgvuldige volgorde in het curriculum
2. Klassikale basisinstructie
3. Voortdurende formatieve toetsing
4. Correctieve instructie en begeleiding
5. Verrijking
6. Summatieve toetsing



Curriculum structuur Groep 6 – Year 5

GAOEP 6	BLOK 1	BLOK 2	BLOK 3	BLOK 4	BLOK 5	BLOK 6	BLOK 7	BLOK 8	BLOK 9
WISSELING VAN EENHEIDEN	opgeven van 1000 met afgeven, splitsen, vermenigvuldigen en 10 vermenigvuldigen met 10 maal	afgeven in en aanbrengen van eenheden, herkennen van eenheden			afgeven van 1000000			herkennen van fundamentele afstanden en afstanden op getalreken	
OPTELEN EN AFNAME	afbreken van 1000 met afgeven, splitsen, vermenigvuldigen en 10 vermenigvuldigen met 10 maal	1000 + 1000 en 4000 - 1000 met eenheids	100 + 200 vermenigvuldigen	400 + 200 afbreken (onder eenheid) of afbreken	100 + 100 vermenigvuldigen	afbreken (over en onder afbreken)	400 + 200 afbreken met eenheid	400 + 200 afbreken met eenheid	400 + 200 afbreken met eenheid
VERMENIGVULDIGEN EN DELEN	3 vermenigvuldigen met eenheden, delen met eenheden	3 x 100 en 4000 : 7 met eenheids	10 : 2 delen	1000 : 10 en 30 x 10 met eenheids	6 x 20 vermenigvuldigen	afbreken van eenheden	verdeling herkennen met eenheden	verdeling herkennen met eenheden	verdeling herkennen met eenheden
METEN	wegen en afbreken met eenheden	wegen met gewicht en afbreken met eenheden		wegen herkennen met eenheden	afbreken met eenheden	afbreken met eenheden	afbreken met eenheden	afbreken met eenheden	afbreken met eenheden
YLB	afbreken op digitaal op de manier van eenheid	afbreken met afbreken met eenheden		afbreken op digitaal op de manier van eenheid			afbreken met eenheden		
HELE TROMMEL	vermenigvuldigen en afbreken met eenheden	vermenigvuldigen (vermenigvuldigen, afbreken, schaal)	afbreken met eenheids	afbreken met eenheids	afbreken met eenheids	afbreken met eenheids	afbreken met eenheids	afbreken met eenheids	afbreken met eenheids
VERMENIGVULDIGEN									
DELEN									
REKENPLAAT									

Bron: wereld in getallen 5

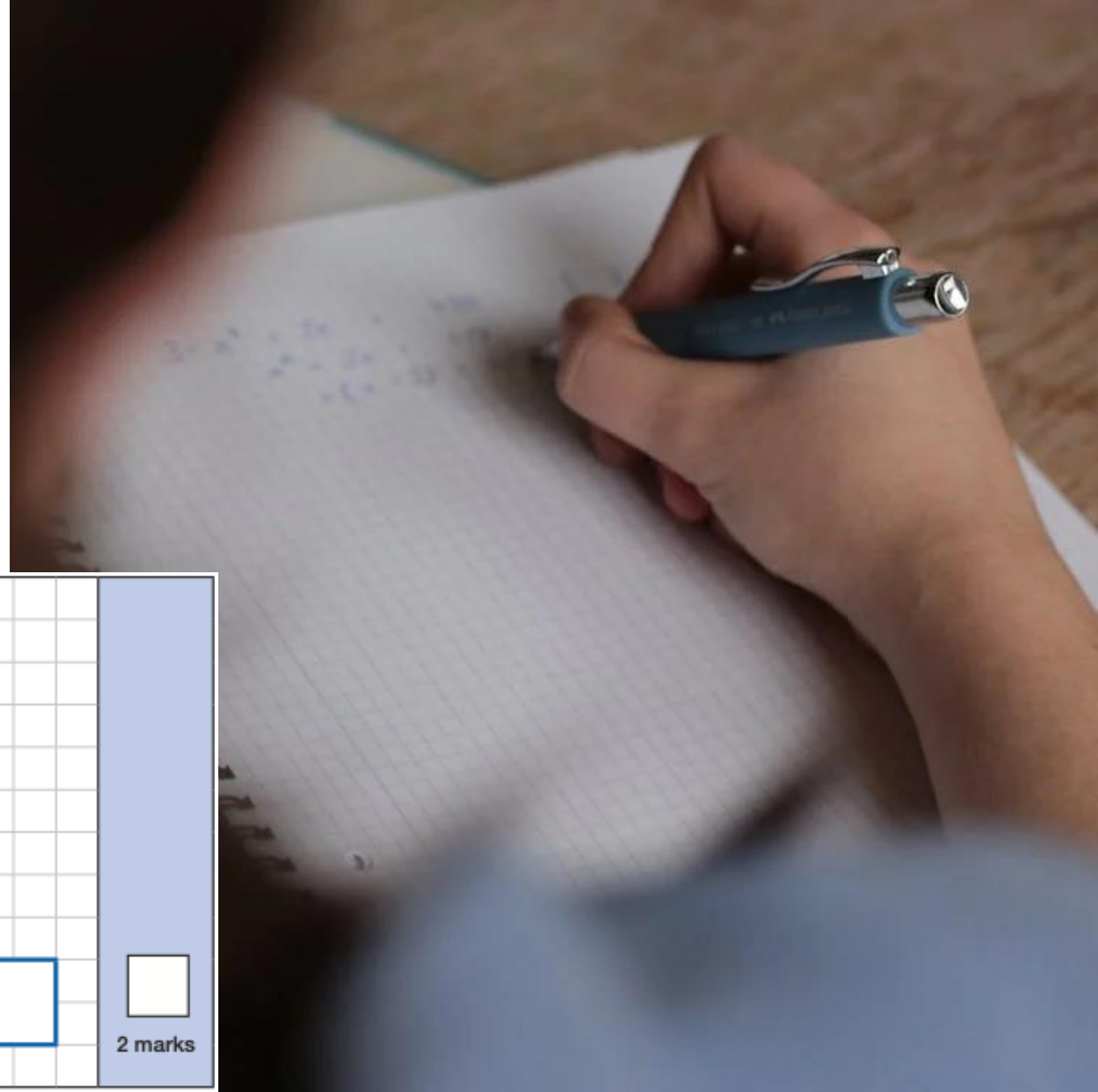
	Autumn 1	Autumn 2	Spring 1	Spring 2	Summer 1	Summer 2				
Unit	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Unit	Unit name								
Autumn 1	1	Decimal fractions								5 weeks
	2	Money								2 weeks
Autumn 2	3	Negative numbers								2 weeks
	4	Short multiplication and short division								6 weeks
Spring 1	5	Area and scaling								3 weeks
	6	Calculating with decimal fractions								3 weeks
Spring 2	7	Factors, multiples and primes								4 weeks
Summer 1	8	Fractions								7 weeks
	9	Converting units								2 weeks
Summer 2	10	Angles								3 weeks

Bron: nctm.org.uk

Toetsverschillen

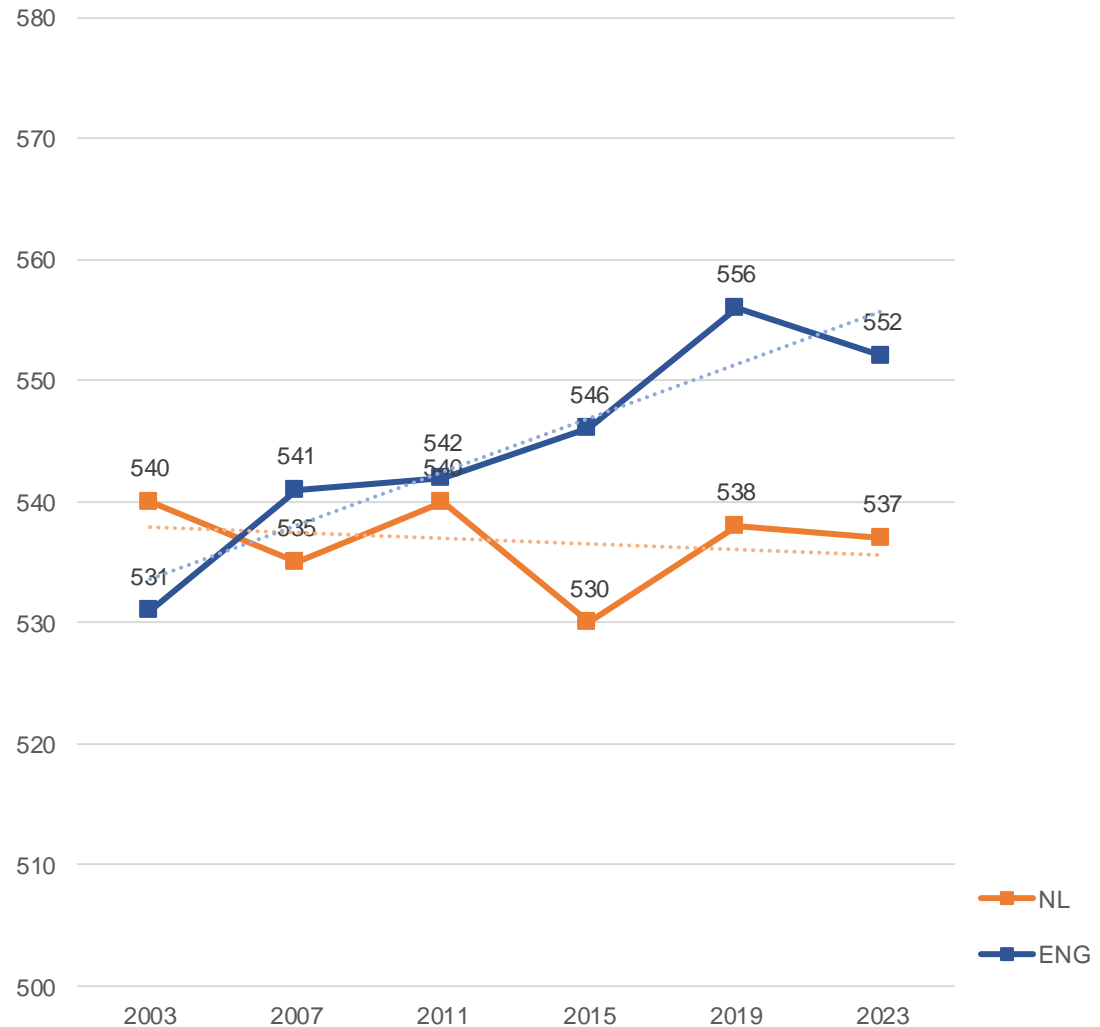
Hoeveel toetsen we in Nederland, hoeveel in Engeland?

Wat is het doel van toetsen in Nederland, en doel van toetsen in Engeland?



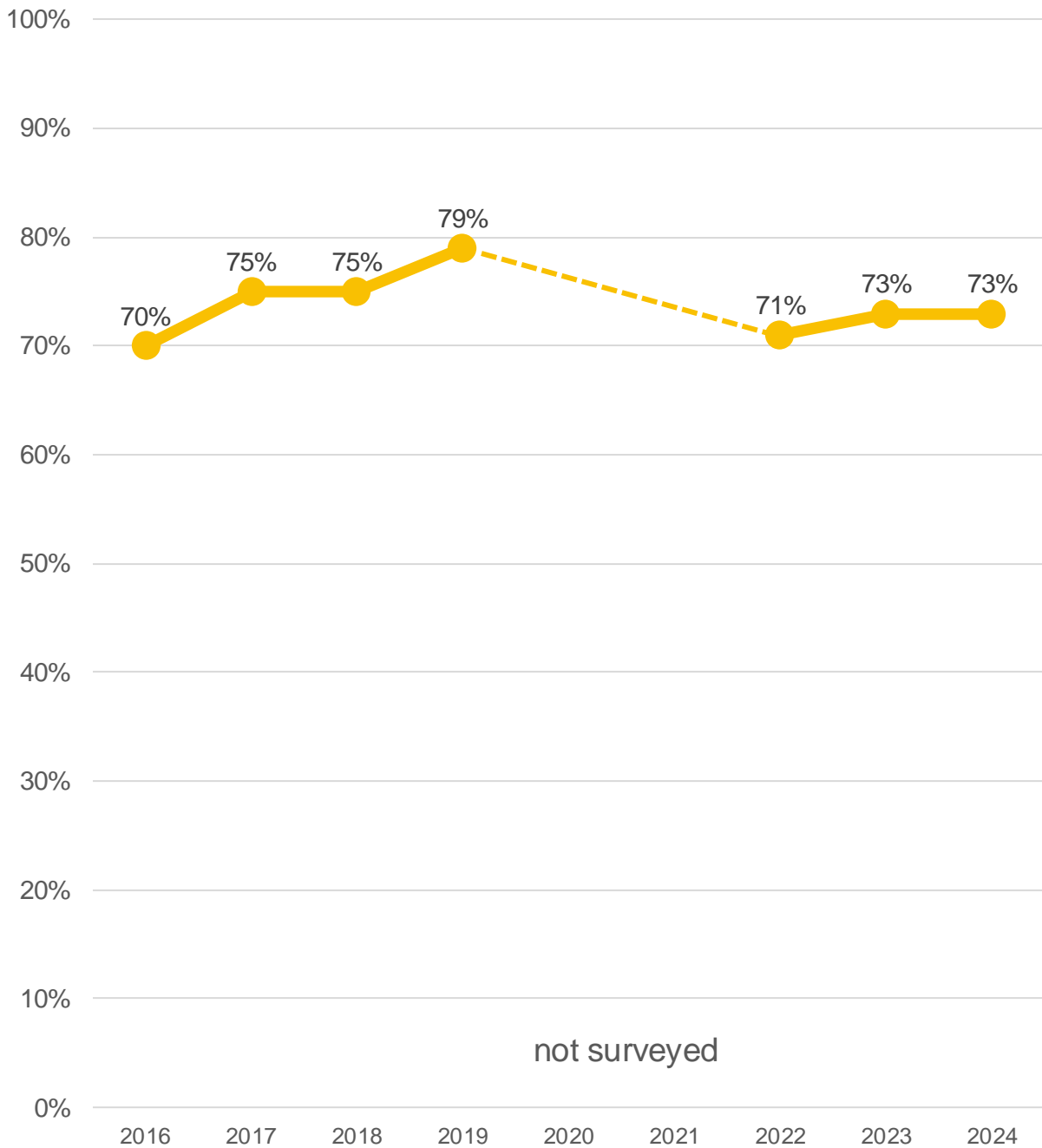
30	3 4 9 8 6	
Show your method		
		<input type="text"/>
		<input type="checkbox"/> 2 marks

TIMSS scores Nederland en Engeland 10 jarigen (Groep 6/Year 5)



Percentage of children at expected level Mathematics (England)

Chart based on data from Education Statistics England:
<https://explore-education-statistics.service.gov.uk/find-statistics/key-stage-2-attainment-national-headlines#releaseHeadlines-charts>



Schoolmotto's

Average 

primary school

Discover. Be inspired. Flourish.

Inspire. Achieve. Succeed.

Doorsnee 

basisschool

Samen groeien naar een toekomst,
onderwijs en ruimte voor ieder kind

Typisch Nederlands schoolmotto's

Samen-motto's:

Samen kleuren wij onze wereld
Samen leren en ontwikkelen
Samen maken wij het verschil!
Samen school zijn!
Samen op weg naar jouw hoogste trede!

Groeien-motto's

Elke dag groei
Geloven in groei
Samen groeien met lef!
De basis voor persoonlijke groei!
Waar kansen groeien!

Ruimte-motto's:

Ruimte om te groeien, ruimte om jezelf te zijn
Een school met ruimte!
Ruimte om te groeien!
Ruimte voor groei!
Ieder kind de ruimte om de beste versie van zichzelf in te kleuren

Leren-motto's:

Leren voor het leven
Leren is in beweging blijven
Een leven lang plezier in leren
Leren, bewegen en echt gezien worden!
Leren is een kunst!

Toekomst-motto's:

De sprong naar jouw toekomst
Een brede basis voor je toekomst
Leren voor de toekomst
Van talent naar toekomst
Een sterk fundament voor jouw toekomst!

Kind-motto's:

Elk kind staat centraal
Oog voor elk kind!
Laat ieder kind stralen!
Ieder kind telt!
Ieder kind is uniek!

Inspiratie uit Engeland
Onderzoek naar wat werkt
Uitwisselingsprogramma om te leren van succesvolle onderwijsmethoden
Wetenschappelijk onderzoek naar de effecten van mastery learning
Organiseren van professionalisering
Oprichting van de National Centre for Excellence in Teaching Mathematics ter bevordering van mastery aanpakken
Oprichting van veertig 'Maths Hubs' die dienen als professionaliseringscentra voor mastery aanpakken
Curriculum met nadruk op kennis en mastery
Herziening nationaal curriculum met nadruk op elementaire kennis en hoge standaarden
Goedkeuring schoolmethoden met kwaliteitscriteria gebaseerd op mastery en subsidieregeling voor scholen
Inspectie onderzoekt en adviseert
Onderwijsinspectie definieert kwaliteit op basis van wetenschappelijke evidentie
Onderwijsinspectie adviseert leraren: zorgvuldige volgorde in curriculum en klassikaal lesgeven



Onderzoek Mastery Learning*

Mastery learning heeft consistent positieve effecten

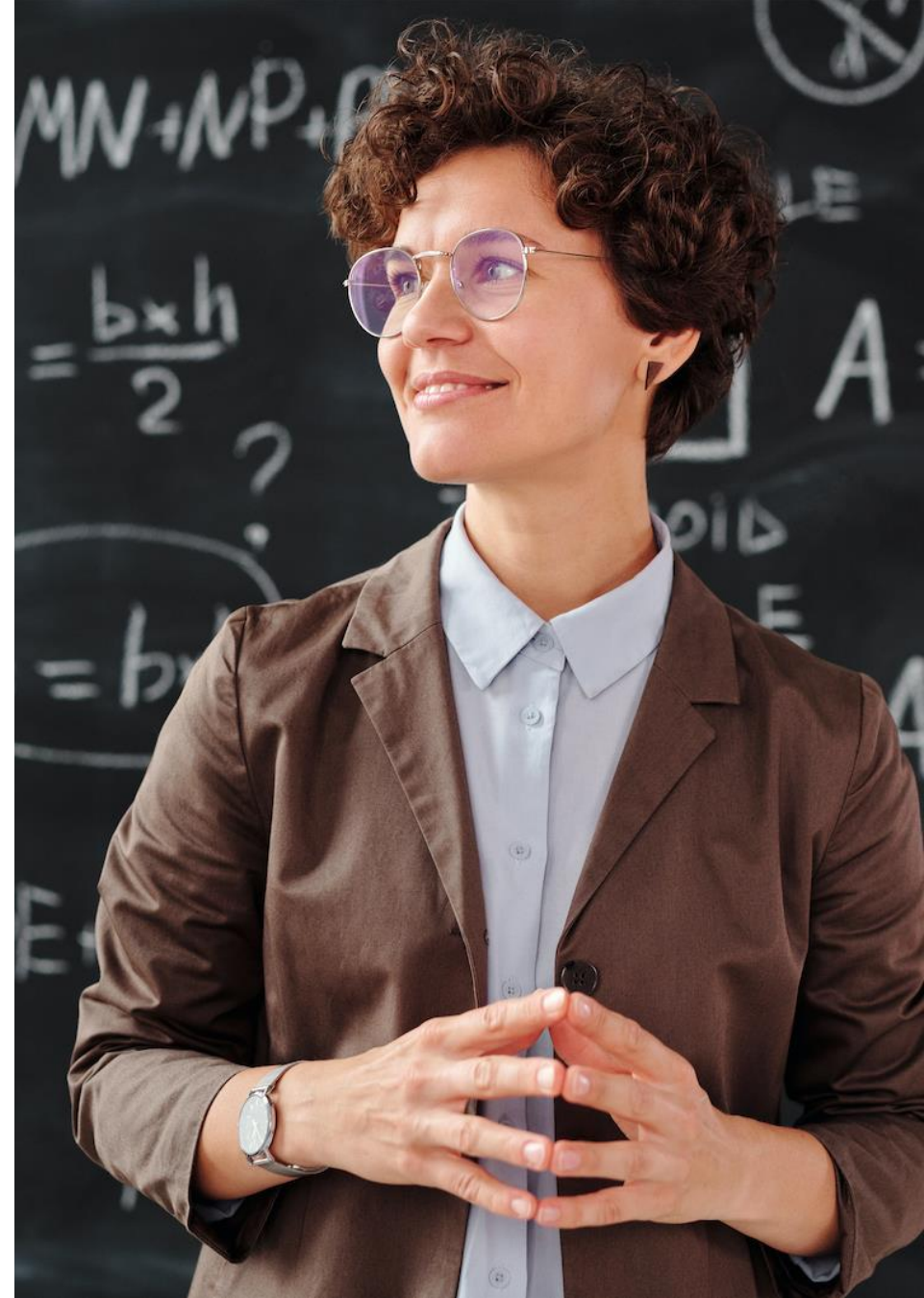
die effecten zijn het grootst bij basisschoolleerlingen en bij rekenen

Het lijkt belangrijk dat de lat voor het bereiken van 'beheersing' hoog wordt gelegd (gewoonlijk 80% tot 90%).

Mastery learning is minder effectief wanneer leerlingen individueel in hun eigen tempo werken.

In groepen werken in de klas lijkt wel betere resultaten op te leveren.

* analyses effectstudies, zie [Education Endowment Foundation.org.uk](https://www.educationendowmentfoundation.org.uk)



Zes rekenlessen uit Engeland

‘Carefully sequenced mathematics curriculum’

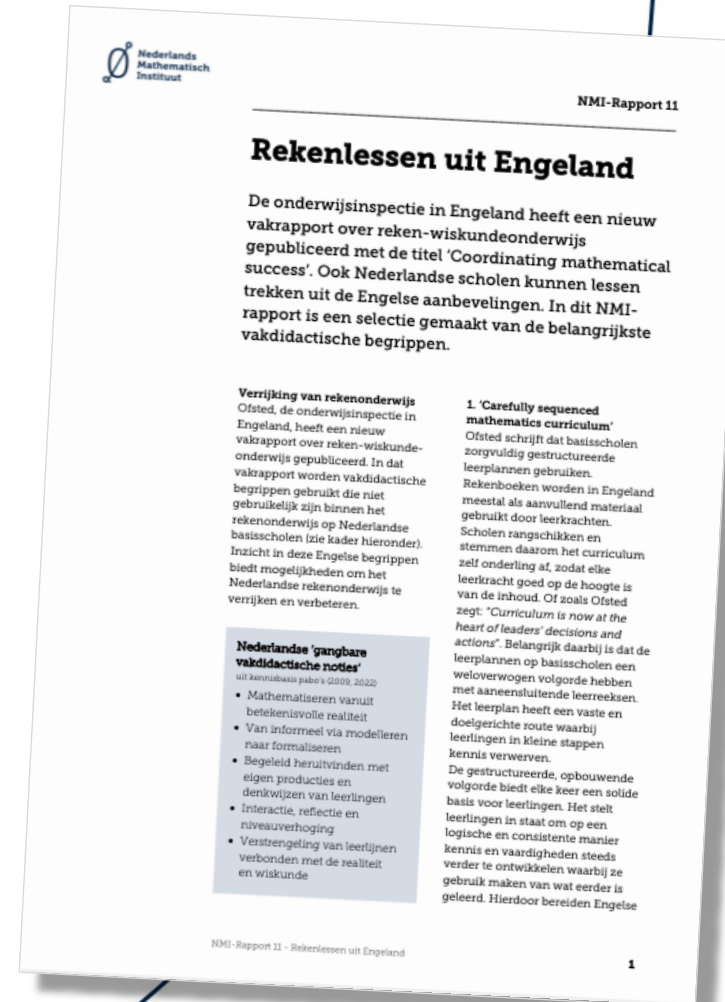
‘Secure knowledge’

‘Keep up, not catch up’

‘Cultural shift’

‘Overlearning’

‘Procedural fluency’





De Royal Charles van ons rekenonderwijs:

1. Langer over een rekendoel doen totdat leerlingen het beheersen
2. Veel meer oefenen
3. Selecteer rekenprocedures
4. Rekenen op papier
5. Minder niveaudifferentiatie
6. Toetsen voor schoolkwaliteit, reketrends en ambitie
7. Geen rekencoördinator, maar rekenleider
8. *and more . . .*